

UP Board Maths Board Paper 2018 Solution

logicalpaper

समय : तीन घंटे 15 मिनट]

(1)

$$(क) \text{ व्यंजक } \left[1 + \frac{\frac{x}{y} - 1}{1 - \frac{x}{y}} \right] = 1 + \frac{x - y}{\frac{y - x}{y}}$$

$$= 1 + \frac{(x + y)y}{(y - x)y}$$

$$= 1 + \frac{(x - y)}{(y - x)}$$

$$= \frac{y - x + x - y}{y - x}$$

$$= \frac{1}{y - x} = 0$$

Ans \rightarrow (ii)

(ख)

$$\Rightarrow \tan(-570^\circ)$$

$$\Rightarrow -\tan 570^\circ = -\tan [180 \times 3 + 30]$$

$$= -\tan 30^\circ = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$|\because 18 \times 3 = 540 + 30 = 570|$$

Ans \rightarrow (iv)

logicalpaper

(ग) $\angle SQR = 60^\circ$ और $\angle RPQ = 40^\circ$ हो तो $\angle QRS = ?$

$$\angle QPR = \angle QSR = 40^\circ$$

\therefore एक ही वृत्त खण्ड में बने कोण परस्पर बराबर होते हैं।

ΔQRS में

$$\angle QRS + \angle SQR + \angle QSR = 180^\circ$$

$$40^\circ + 65^\circ + \angle QRS = 180^\circ$$

$$\angle QRS = 180^\circ - 105^\circ$$

$$\angle QRS = 75^\circ$$

Ans \rightarrow (iv)

(घ) सरल रेखा $x + y = 0$ की लम्ब रेखा x - अक्ष के साथ कोण बनाती है।

$$\Rightarrow x + y = 0$$

रेखा $ax + by + c = 0$ से तुलना

$$a = 1, b = 1$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{b}{a} = \tan^{-1} \frac{1}{1} = 45^\circ$$

Ans \rightarrow (ii)

(ङ) माना बेलन और शंकु की ऊँचाइयाँ h है तथा आधार की त्रिज्या $= r$ है

माना बेलन और शंकु का आयतन v_1 और v_2 है।

$$\therefore \text{बेलन का आयतन} / \text{शंकु का आयतन} = \frac{\pi r^2 h}{\frac{1}{3} \pi r^2 h}$$

logicalpaper

$$\therefore \frac{v_1}{v_2} = 3:1$$

Ans \rightarrow (ii)

(च) $x+y+1=0$ तथा $x+y+5=0$

$x+y+1=0$ पर $(0,0)$ से लम्बिक दुरी

$$P_1 = \frac{x+y+1}{\sqrt{1+1}}$$

$(0,0)$

$$P_1 = \frac{0+0+1}{\sqrt{2}}$$

$$P_2 = \frac{x+y+5}{\sqrt{1+1}}$$

$(0,0)$

$$P_1 = \frac{0+0+5}{\sqrt{2}}$$

$$P_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}, P_2 = \frac{5}{\sqrt{2}}$$

$$\text{बीच की दुरी} = \frac{5}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2} \text{ इकाई}$$

Ans \rightarrow (ii)

(2) (क) $P(x) = x^3 + x^2 + x = 1$

$x = -1$ रखने पर

logicalpaper

$$P(-1) = (-1)^3 + (-1)^2 + (-1) + 1$$

$$= -1 + 1 - 1 + 1 = 0$$

$$x = -1$$

$$x + 1 = 0$$

$$x^2 + 1$$

$$\begin{array}{r} x^2 + 1 \\ x + 1 \overline{) x^3 + x^2 + x + 1} \\ \underline{x^3 \pm x^2} \\ x + 1 \\ \underline{-x + 1} \\ 2 \end{array}$$

$$p(x) = x^3 + x^2 + x + 1 = (x + 1)(x^2 + 1)$$

$$q(x) = x^4 - 1 = (x^2 - 1)(x^2 + 1)$$

$$q(x) = (x - 1)(x + 1)(x^2 + 1)$$

$$p(x), q(x) \text{ का म० स० } = (x + 1)(x^2 + 1) \text{ Ans.}$$

(ख)

$$\tan^2 A \sec^2 B - \sec^2 A \tan^2 B = \tan^2 A - \tan^2 B$$

$$L.H.S. \Rightarrow \tan^2 A \sec^2 B - \sec^2 A \tan^2 B$$

$$\Rightarrow \tan^2 A (1 + \tan^2 B) - (1 + \tan^2 A) \tan^2 B$$

$$\Rightarrow \tan^2 A + \tan^2 A \tan^2 B - [\tan^2 B + \tan^2 A \tan^2 B]$$

$$\Rightarrow \tan^2 A + \tan^2 A \tan^2 B - \tan^2 B - \tan^2 A \tan^2 B$$

$$\Rightarrow \tan^2 A - \tan^2 B$$

$$\Rightarrow L.H.S. = R.H.S \text{ Proved}$$

(ग) केन्द्र = 0

logicalpaper

$$\angle AOB = 90^\circ$$

$$\angle PBA = 30^\circ$$

$$\angle PAO = ?$$

केन्द्र पर बना कोण परिधि पर बने कोण का दुगुना होता है।

$$\angle AOB = 2\angle APB$$

$$90^\circ = 2\angle APB$$

$$\frac{90^\circ}{2} = \angle APB$$

$$\angle APB = 45^\circ$$

$\triangle PAB$ में,

$$\angle APB + \angle PBA + \angle BAP = 180^\circ$$

$$45^\circ + 30^\circ + \angle BAP = 180^\circ$$

$$\angle BAP = 180^\circ - 75^\circ$$

$$\angle BAP = 105^\circ$$

भुजा $OA = OB$ (वृत्त की त्रिज्या)

तो $\triangle AOB$ में,

$$\angle AOB + \angle OAB + \angle OBA = 180^\circ$$

$$90^\circ + x + x = 180^\circ$$

$$90^\circ + 2x = 180^\circ$$

$$2x = 180^\circ - 90^\circ$$

$$2x = 90^\circ$$

$$\angle A = \angle B = x$$
$$x = \frac{90^\circ}{2}$$

$$x = 45^\circ$$

$$\angle PAO = \angle BAP - \angle OAB$$

$$= 105^\circ - 45^\circ$$

$$\angle PAO = 60^\circ \text{ Ans.}$$

logicalpaper

(घ) गोले का आयतन = गोले का वक्रपृष्ठ

$$\frac{4}{3}\pi r^3 = 4\pi r^2$$

$$r = 3 \text{ Ans.}$$

(3) (क) माना $\sim = r$

तो, $(q-r)x^2 + (r-p)x + (p-q) = 0$ का मूल 1 है।

माना द्विघात समीकरण का मूल α तथा β है।

$$\alpha = 1, \beta = ?$$

$$\alpha + \beta = \frac{-b}{a}$$

$$1 + \beta = -\frac{r-p}{q-r} - 1$$

$$\beta = \frac{-r+p-q+r}{q-r}$$

$$\beta = \frac{p+q}{q-r} \text{ Ans.}$$

$$(ख) m = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$$

$\frac{x_1}{k}, \frac{x_2}{k}, \frac{x_3}{k}, \dots, \frac{x_n}{k}$ का समान्तर माध्य:

$$= \frac{\frac{x_1}{k} + \frac{x_2}{k} + \dots + \frac{x_n}{k}}{n}$$

$$m = \frac{1}{k} \left[\frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} \right]$$

माध्य = m/kn Ans.

(ग) $16 \sin 10^\circ \sin 30^\circ \sin 50^\circ \sin 70^\circ = 1$

logicalpaper

$$\sin 10^\circ \cdot \sin 30^\circ \sin 50^\circ \sin 70^\circ = \frac{1}{16}$$

$$\therefore \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$\sin 30^\circ$ का मान रखने पर,

$$L.H.S. \Rightarrow \sin 10^\circ \cdot \frac{1}{2} \sin 50^\circ \sin 70^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \left[\frac{2}{2} \sin 50^\circ \cdot \sin 70^\circ \right] \sin 10^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} \left[\cos(50^\circ - 70^\circ) \cos(50^\circ + 70^\circ) \right] \sin 10^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} \left[\cos(-20^\circ) - \cos 120^\circ \right] \sin 10^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} \left[\cos(20^\circ) - \cos 120^\circ \right] \sin 10^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} \left[\cos 20^\circ - \cos(90^\circ + 30^\circ) \right] \sin 10^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} \left[\cos 20^\circ + \sin 30^\circ \right] \sin 10^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} \left[\cos 20^\circ + \frac{1}{2} \right] \sin 10^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} \left[\frac{2 \cos 20^\circ + 1}{2} \right] \sin 10^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{1}{8} \left[2 \cos 20^\circ \sin 10^\circ + \sin 10^\circ \right]$$

$$\Rightarrow \frac{1}{8} \left[\sin(20^\circ + 10^\circ) - \sin(20^\circ - 10^\circ) + \sin 10^\circ \right]$$

$$\Rightarrow \frac{1}{8} \left[\sin 30^\circ - \sin 10^\circ + \sin 10^\circ \right]$$

$$\Rightarrow \frac{1}{8} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{16} \text{ R.H.S Proved}$$

$$\left. \begin{aligned} \therefore 2 \sin A \sin B &= \\ \cos(A - B) - \cos(A + B) \end{aligned} \right|$$

$$\left. \begin{aligned} \cos(-\theta) \\ = -\sin \theta \end{aligned} \right|$$

$$\left. \begin{aligned} \cos(90^\circ + \theta) \\ = -\sin \theta \end{aligned} \right|$$

$$\left. \begin{aligned} 2 \cos A \cdot \sin B \\ \sin(A + B) - \sin(A - B) \end{aligned} \right|$$

logicalpaper

(घ) वृत्त की बाह्य कोण अन्तः कोण के बराबर होती है।

तथा वृत्त पर जब कोई स्पर्श रेखा लम्ब होती है तो बना कोण 90° होता है।

$$\therefore \angle BAT = 60^\circ$$

$$\angle x = \angle BAT = \angle ACB = 60^\circ$$

$OA = OB$, वृत्त की त्रिज्याएँ

$\angle \therefore$ वृत्त के केंद्र पर बना कोण परिधि पर बने कोण का दुगुना होता है)

$$y = 2 \times 60$$

$$y = 120$$

$$\angle x = 60$$

$$\angle y + \angle z + \angle z = 180^\circ$$

$$120 + 2z = 180^\circ$$

$$2z = 180 - 120$$

$$2z = 60$$

$$z = \frac{60}{2}$$

$$\angle z = 30^\circ \text{ Ans.}$$

(4) (क) अंकित मूल्य = 654%

दर = 9%

माना अंकित मूल्य में से x रु० कम कर दिए

$$= [654 - x]$$

logicalpaper

$$\text{बिक्री दर} = [654 - x] \times 9\%$$

$$\text{बिक्री कर सहित मूल्य} = (654 - x) + (654 - x)9\%$$

$$654 = 654 - x + (654 - x) \times \frac{9}{100}$$

$$x = \frac{654 \times 9 - 9x}{100}$$

$$100x = 5886 - 9x$$

$$100x + 9x = 5886$$

$$109x = 5886$$

$$x = \frac{5886}{109}$$

$$x = 54 \text{ Ans.}$$

(ख) दूसरी जीवा से,

$$OP = ?$$

$$OC = 5 \text{ cm}$$

$$CP = 3 \text{ cm}$$

पाइथागोरस प्रमेय से,

$$(OC)^2 = (OP)^2 + (CP)^2$$

$$(5)^2 = (OP)^2 + (3)^2$$

$$25 = OP^2 + 9$$

$$25 - 9 = OP^2$$

$$16 = OP^2$$

$$OP = \sqrt{16} = 4 \text{ cm}$$

प्रथम जीवा से,

$$OQ = ? \text{ OA} = 5 \text{ cm}$$

$$AQ = 4 \text{ cm}$$

logicalpaper

पाइथागोरस प्रमेय से,

$$(OA)^2 = (AQ)^2 + (OQ)^2$$

$$(5)^2 = (4)^2 + (OQ)^2$$

$$25 = 16 + (OQ)^2$$

$$25 - 16 = (OQ)^2$$

$$9 = (OQ)^2$$

$$\sqrt{9} = OQ$$

$$OQ = 3\text{cm}$$

$$OP = 4\text{cm}$$

जीवाएं के बीच की दुरी

$$OP - OQ = 4 - 3$$

$$PQ = 1\text{cm}$$

अर्थात जीवा AB तथा CD के बीच की दुरी 1cm है।

(ग) रेखा $3x + 4y + 2 = 0$ पर (3,5) से

डाले गए लम्ब की माप $= \frac{3x + 4y + 2}{\sqrt{3^2 + 4^2}}$

$$(3,5) = \frac{3 \times 3 + 4 \times 5 + 2}{\sqrt{9 + 16}}$$

$$= \frac{9 + 20 + 2}{\sqrt{25}}$$

$$= \frac{31}{5} \text{ Ans.}$$

(घ) Case - I

बेलन की परिधि 22cm & $h = 12\text{cm}$

logical paper

$$2\pi r = 22$$

$$\pi r = \frac{22}{2}$$

$$r = \frac{11}{\pi}$$

$$\text{बेलन का आयतन} = \pi r^2 h$$

$$= \pi \frac{11}{\pi} \cdot \frac{11}{\pi} \cdot 12$$

$$= \frac{121}{\pi} \times 12$$

$$V_1 = \frac{1352}{\pi} \text{ cm}^3$$

Case - II

$$\text{बेलन की परिधि} = 12$$

$$2\pi r = 12$$

$$h = 22 \text{ cm}$$

$$r = \frac{6}{\pi}$$

$$\text{बेलन का आयतन} = \pi r^2 h$$

$$= \pi \times \frac{6}{\pi} \times \frac{6}{\pi} \times 22$$

$$= \frac{36 \times 22}{\pi}$$

$$V_2 = \frac{792}{\pi}$$

बेलन के आयतनों का अन्तर

logicalpaper

$$\begin{aligned} &= V_1 - V_2 \\ &= \frac{1352}{\pi} - \frac{792}{\pi} \\ &= \frac{1}{\pi} [1352 - 792] \\ &= \frac{560}{\pi} \text{ घन cm Ans.} \end{aligned}$$

(5) (क)

$$5^{(x+1)} + 5^{(2-x)} = 5^3 + 1 \quad \dots(1)$$

$$5^x \cdot 5 + 5^2 \cdot 5^{-x} = 5^3 + 1$$

$$5^x \cdot 5 + 25 + \frac{1}{5^x} = 125 + 1$$

$$\text{माना } 5^x = y \quad \dots(2)$$

$$y \cdot 5 + 25 \frac{1}{y} = 126$$

$$5y^2 + 25 = 126y$$

$$5y^2 - 126y + 25 = 0$$

$$5y^2 - 125y - y + 25 = 0$$

$$5y(y - 25) - 1(y - 25) = 0$$

$$(5y - 1)(y - 25) = 0$$

$$5y = 1$$

$$y = \frac{1}{5} \quad | \quad y = 25$$

y का मान समीकरण (2) में रखने पर:

logicalpaper

$$5^x = y$$

$$5^x = 25$$

$$5^x = 5^2$$

$x = 2$ (घातांक के नियम अनुसार, आधार बराबर होने पर घाट बराबर हो जाते हैं)

$$5^x = y$$

$$5^x = \frac{1}{5}$$

$$5^x = 5^{-1}$$

$$x = -1$$

$\therefore x = 2, -1$ Ans.

$$\text{(ख)} \tan\left(45^\circ - \frac{A}{2}\right) = \frac{\cos A}{1 + \sin A}$$

$$L.H.S. \Rightarrow \tan\left(45^\circ - \frac{A}{2}\right) \text{ (using } \tan(A - B) \text{ formula)}$$

$$\Rightarrow \frac{\tan 45^\circ - \tan \frac{A}{2}}{1 + \tan 45^\circ \cdot \tan \frac{A}{2}} \quad | \quad \tan 45^\circ = 1$$

$$\Rightarrow \frac{1 - \tan \frac{A}{2}}{1 + \tan \frac{A}{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{1 - \sin \frac{A}{2}}{\cos \frac{A}{2}} \cdot \frac{\cos \frac{A}{2}}{\sin \frac{A}{2}} \\ \Rightarrow \frac{1 - \sin \frac{A}{2}}{\cos \frac{A}{2}} \cdot \frac{\cos \frac{A}{2}}{\sin \frac{A}{2}}$$

logicalpaper

$$\Rightarrow \frac{\cos \frac{A}{2} - \sin \frac{A}{2}}{\cos \frac{A}{2} + \sin \frac{A}{2}} \cdot \frac{\cos \frac{A}{2}}{\cos \frac{A}{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{\cos \frac{A}{2} - \sin \frac{A}{2}}{\cos \frac{A}{2} + \sin \frac{A}{2}} \left\{ \frac{\cos \frac{A}{2} - \sin \frac{A}{2}}{\cos \frac{A}{2} - \sin \frac{A}{2}} \text{ multiply} \right\}$$

$$\Rightarrow \frac{\left(\cos \frac{A}{2} - \sin \frac{A}{2} \right)^2}{\cos \frac{A}{2} - \sin \frac{A}{2}}$$

$$\left| \begin{array}{l} \therefore \cos^2 \frac{A}{2} - \sin^2 \frac{A}{2} \\ = \cos A \\ \therefore 2 \sin \frac{A}{2} \cos \frac{A}{2} \\ = \sin A \end{array} \right|$$

$$\Rightarrow \frac{\cos^2 A + \sin^2 A - 2 \sin \frac{A}{2} \cos \frac{A}{2}}{\cos A}$$

$$\Rightarrow \frac{1 - \sin A}{\cos A} \text{ Ans.}$$

L.H.S = R.H.S

(ग) ABCD एक चक्रिय □ है,

इसमें AP, BP तथा CQ, DQ एक चतुर्भुज PQRS बनाते हैं।

सिद्ध करना है PQRS एक चक्रिय □ है,

उपपत्ति \Rightarrow ABCD एक चक्रिय □ है

$$\angle A + \angle C = 180$$

$$\frac{1}{2} \angle A + \frac{1}{2} \angle C = \frac{180}{2}$$

(सम्मुख कोणों का योग = 180 होता है)

$$\angle 1 + \angle 3 = 90$$

...(i)

logical paper

ΔAPB में,

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle P = 180$$

समीकरण (i) की तरह $\angle P = 180 - \angle 1 - \angle 2$... (ii)

$$\angle 2 + \angle 4 = 90 \quad \dots (iii)$$

इसी प्रकार

$$\angle 3 + \angle 4 + \angle Q = 180$$

$$\angle Q = 180 - \angle 3 - \angle 4 \quad \dots (iv)$$

समीकरण (ii) & (iv) से,

$$\begin{aligned} \angle P + \angle Q &= 360 - \angle 1 - \angle 2 - \angle 3 - \angle 4 \\ &= 360 - [\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4] \end{aligned}$$

अब समीकरण (i) और (iii) से,

$$\begin{aligned} &= 360 - [\angle 1 + \angle 3 + \angle 2 + \angle 4] \\ &= 360 - [90 + 90] \\ &= 360 - 180 \\ &= 180^\circ \end{aligned}$$

चतुर्भुज $PQRS$ के सम्मुख कोण का योग 180° है।

अतः यह चक्रिय \square है।

(घ) धातु के ठोस गोले के लिए $r = 14\text{cm}$

$$\text{गोले का आयतन} = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$= \frac{4}{3}\pi (14)^3$$

logicalpaper

शंकु के लिए

$$(R) \text{ आधार की त्रिज्या} = 3.5cm$$

$$(H) \text{ ऊँचाई} = 8cm$$

$$\text{शंकु का आयतन} = \frac{1}{3}\pi R^2 H$$

$$\text{शंकु का आयतन} = \frac{1}{3}\pi(3.5)^2 \times 8$$

कुल शंकु का आयतन = गोले का आयतन / शंकु का आयतन

$$\begin{aligned} &= \frac{4^{\times\pi}}{3} \times 14^2 \times 14^2 \times 14 \\ &= \frac{1^{\times\pi}}{3} \times 3.5 \times 3.5 \times 7 \\ &= \frac{2 \times 2 \times 7}{.5 \times .5} = \frac{2800}{.25} \end{aligned}$$

कुल शंकुओं की संख्या = 112 Ans.

$$(6) \text{ (क) माना विमान की चाल} = x \text{ km/h}$$

वह अपनी चाल में 250 km/h की वृद्धि करता है।

$$= (x + 250) \text{ km/h}$$

$$\text{दूरी} = 1500 \text{ km}$$

$$\text{समय} = 30 \text{ मिनट}$$

$$= \frac{30}{60} = \frac{1}{2} \text{ घंटे}$$

$$\text{चाल} = \text{दूरी} / \text{समय}$$

logicalpaper

$$x + 250 = \frac{1500}{\frac{1}{2}}$$

$$x + 250 = 1500 \times 2$$

$$x + 250 = 3000$$

$$x = 2750 \text{ km/h Ans.}$$

(ख) एक वरिष्ठ नागरिक की मासिक आय = ₹ 110000

$$\text{सकल आय} = 12 \times 110000$$

सामान्य भविष्य निधि खाते में जमा धन

$$= 110000 \times 12$$

$$= 1200000 /$$

जीवन बीमा निगम में जमा धन

$$= 2 \times 120000$$

$$= 240000 /$$

राष्ट्रीय बचत पत्र = 10000 /

$$\text{प्रधानमंत्री राहत कोष में जमा धन} = \frac{20000 \times 100}{100}$$

P.M. राहत कोष में छुट में राशि = 20000

शेष सकल आय = 130000

कुल जमा की गई राशि

$$= 120000 /$$

$$+ 240000 /$$

$$+ 10000 /$$

$$154000$$

logicalpaper

धारा BOC के अंतर्गत कुल बचत पर छुट 1.5 लाख

$$\text{कर योग्य आय} = 1300000 - 150000$$

$$= 1.50,000$$

$$\text{आयकर} = 120000 + [1150000 - 100000] \times 30\%$$

$$= 120000 + [150000] \times \frac{30}{100}$$

$$= 120000 + 45000$$

$$\text{आयकर} = 165000 /$$

$$\text{अधिभार} = 165000 \times 3\%$$

$$= \frac{165000 \times 3}{100} = 4950 /$$

प्रथम 11 माह में जमा आयकर 10000/ माह

$$= 11 \times 10000$$

$$= 110000$$

$$\text{कुल देय आयकर} = 165000 + 4950$$

$$= 169950 /$$

$$\text{अन्तिम माह में देय आयकर} = (169950 - 110000) \text{ रू०}$$

$$= 59950 / \text{Ans.}$$

(ग) संख्या 6, 8, 11, 12, $2x$, +10, 35, 42, 50 (total count 9, means 9 विषम संख्या)

$$\text{माध्यिका} = 25, \quad x = ?$$

$$n = 9 \text{ (विषम)}$$

logicalpaper

$$\text{माध्यिका} = \frac{n+1}{2} \text{ वाँ पद}$$

$$25 = \frac{9+1}{2}$$

$$25 = \frac{16}{2} \text{ वाँ पद}$$

$$25 = 5 \text{ वाँ पद}$$

$$25 = 2x - 8$$

$$25 + 8 = 2x$$

$$33 = 2x$$

$$x = 165 \text{ Ans.}$$

X	3	4	5	6	7	8
F	1	3	7	5	2	2

दी गई सारणी के अनुसार

अधिकतम बारम्बारता = 7

अधिकतम बारम्बारता वाले पदों की संख्या = 5

(घ) रेखाओं

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \quad \dots(i)$$

$$\frac{x}{b} + \frac{y}{a} = 1 \quad \dots(ii)$$

समीकरण (i) में $\frac{1}{b}$ से गुणा करने पर तथा समीकरण (ii) में $\frac{1}{a}$ से गुणा करने पर

logicalpaper

$$\frac{x}{ab} + \frac{y}{b^2} = \frac{1}{b}$$

$$\frac{x}{ab} + \frac{y}{a} = \frac{1}{a}$$

$$\frac{y}{b^2} - \frac{y}{b} = \frac{1}{b} - \frac{1}{a}$$

$$\frac{y(a^2 - b^2)}{b^2 a^2} = \frac{a - b}{ab}$$

$$y = \frac{a^2 b^2}{(a - b)(a + b)} \cdot \frac{(a - b)}{ab}$$

$$y = \frac{ab}{a + b} \quad \dots(2)$$

y का मान समीकरण (i) में रखने पर

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

$$\frac{x}{a} + \frac{ab}{(a + b)b} = 1$$

$$\frac{x}{a} + \frac{a}{a + b} = 1$$

$$\frac{x}{a} = \frac{1}{1} - \frac{a}{a + b}$$

$$\frac{x}{a} = \frac{a + b - a}{a + b}$$

$$\frac{x}{a} = \frac{b}{a + b}$$

$$x = \frac{b}{a + b}$$

$$x = \frac{ab}{a + b} \quad \dots(iv)$$

प्रतिच्छेद बिन्दु

logicalpaper

$$(x, y) = \left[\frac{ab}{a+b}, \frac{ab}{a+b} \right]$$

प्रतिच्छेद बिन्दु एवं मूलबिन्दु से जाने वाली रेखा का समीकरण

$$(0, 0) = \left[\frac{\frac{ab}{a+b}}{x^2}, \frac{\frac{ab}{a+b}}{y^2} \right]$$

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$$

$$y - 0 = \frac{\frac{ab}{a+b} - 0}{\frac{ab}{a+b} - 0} = (x - 0)$$

$$y = x$$

$$y - x = 0$$

$$\text{or } x - y = 0$$

(7) (क) (i)

$$\tan A \tan B + \tan B \tan C + \tan C \tan A = 1$$

$$A + B + C = 90$$

$$A + B = 90 - C$$

दोनों पक्षों में \tan का गुणा करने पर

$$\tan(A + B) = \tan(90 - C)$$

$$\tan(A + B) = \cot C$$

$$\frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B} = \frac{1}{\tan C}$$

$$\tan A \tan C + \tan B \tan C = 1 - \tan A \tan B$$

$$\tan A \tan B + \tan B \tan C + \tan C \tan A = 1$$

logicalpaper

(7) (क) (ii) यदि $A+B+C=180^\circ$

$$\cos A + \cos B + \cos C = 1 + 4 \sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2}$$

L.H.S :

$$= \cos A + \cos B + \cos C$$

$$= 2 \cos \frac{A+B}{2} \cdot \cos \frac{A-B}{2} + 1 - 2 \sin^2 \frac{C}{2}$$

$$A+B+C=180^\circ - C$$

$$\frac{A}{2} + \frac{B}{2} = \frac{180}{2} - \frac{C}{2}$$

$$\frac{A+B}{2} = 90 - \frac{C}{2}$$

दोनों पक्षों में \cos का गुणा करने पर

$$\cos \left(\frac{A+B}{2} \right) = \cos \left(90 - \frac{C}{2} \right)$$

$$\cos \frac{A+B}{2} = \sin \frac{C}{2}$$

$$\therefore A+B+C=180^\circ$$

$$C=180-(A+B)$$

$\frac{1}{2}$ से भाग देने पर (दोनों पक्षों में)

$$\frac{C}{2} = \frac{180}{2} - \frac{A+B}{2}$$

दोनों पक्षों में \sin का गुणा करने पर:

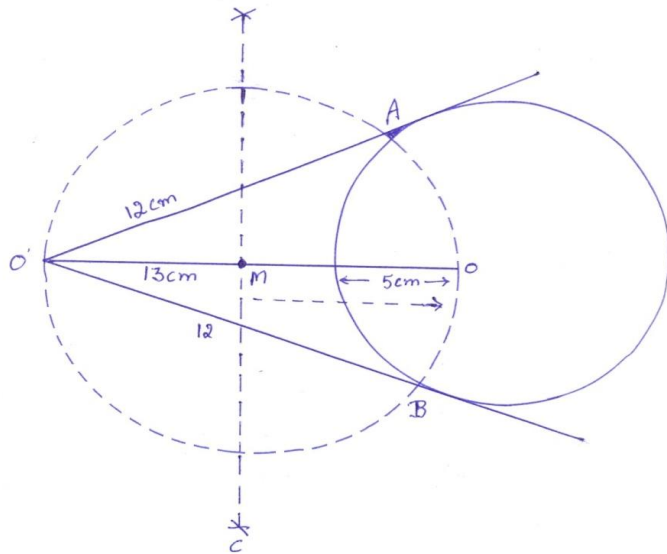
$$\sin \frac{C}{2} = \sin \left[90 - \frac{(A+B)}{2} \right]$$

$$\sin \frac{C}{2} = \cos \frac{(A+B)}{2}$$

logical paper

$$\begin{aligned} &= 2 \cos \frac{(A+B)}{2} \cdot \cos \frac{(A+B)}{2} + 1 - 2 \sin^2 \frac{C}{2} \\ &= 2 \sin \frac{C}{2} \cdot \cos \frac{(A+B)}{2} + 1 - 2 \sin^2 \frac{C}{2} \\ &= 1 + 2 \sin \frac{C}{2} \left[\cos \frac{(A+B)}{2} - \sin \frac{C}{2} \right] \\ &= 1 + 2 \sin \frac{C}{2} \left[\cos \frac{(A+B)}{2} - \cos \frac{(A+B)}{2} \right] \\ &= 1 + 2 \sin \frac{C}{2} \left[2 \sin \frac{A-B+A+B}{2 \times 2} \cdot \sin \frac{A+B-A+B}{2 \times 2} \right] \\ &= 1 + 2 \sin \frac{C}{2} \left[2 \sin \frac{2A}{4} \cdot \sin \frac{2B}{4} \right] \\ &= 1 + 2 \times 2 \sin \frac{C}{2} \cdot \sin \frac{A}{2} \cdot \sin \frac{B}{2} \\ &= 1 + 4 \sin \frac{A}{2} \cdot \sin \frac{B}{2} \cdot \sin \frac{C}{2} \text{ R.H.S.} \end{aligned}$$

7 (ख)



logicalpaper

रचना के पद,

सर्वप्रथम 5 cm त्रिज्या लेकर एक वृत्त खींची, वृत्त के केंद्र से 13cm एक रेखा खींची जो $OO' = 13\text{cm}$. है।

M बिंदु को केंद्र मानकर एक रेखांकित वृत्त खींचा जो बिंदु OO' से होकर जाती है।

यह रेखांकित वृत्त 5cm त्रिज्या वाले वृत्त को प्रतिछेद करती है। जहाँ हमने B बिंदु नाम दिया है।

बिंदु O' को A तथा B से मिलाया और $O'A$ तथा $O'B$ की लम्बाई 12cm है।

अतः इस प्रकार $O'A = O'B = 12\text{cm}$ रेखा प्राप्त हुई तथा ये दोनों ही रेखाएँ समान हैं। अर्थात् वृत्त पर खींची गई स्पर्श रेखाएँ आपस में समान हैं।

logicalpaper

Download UP Board Previous Year Papers

- ✓ Maths
- ✓ Social Science
- ✓ Hindi
- ✓ English